И. А. Гладков

НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В БЕЗЗАПРОСНОМ РЕЖИМЕ

Аннотация. *Настоящая работа посвящена разработке элементов теории и методов представления измерительной информации и определения параметров движения ракет-носителей и космических аппаратов. Предметом исследования стали системы траекторных измерений, определяющие параметры движения летательных аппаратов в беззапросном режиме при полигонных испытаниях образцов ракетно-космической техники. Параметры принимаемого сигнала от бортового передатчика функционально связаны с параметрами движения объекта. Наиболее просто эта связь проявляется в виде допплеровского смещения частоты, что используется для определения орбит космических аппаратов и других движущихся объектов. Вместе с тем принятый сигнал несёт также информацию о дальности до объекта, поскольку с момента излучения сигнала происходит его запаздывание, пропорционально времени распространения радиоволн. Целью работы является определение условий для расширения вектора состояния определяемого объекта и измерения дальности в беззапросном режиме. Для решения поставленных задач применялись модернизированный морфологический анализ как основа генерации новых идей, формирования системы моделей и поиска закономерностей путем систематизированного обобщения знаний на различных уровнях их представления, а также системный и структурно-функциональный подходы. Были использованы методы линейной алгебры, математического моделирования случайных процессов и компьютерных методов обработки измерительной информации. В работе решена практически важная задача повышения точности определения параметров движения беззапросным методом с одновременным привлечением дополнительных измерительных функций. Анализ показал, что использование теоремы о расширении вектора состояния даёт возможность не только повысить достоверность анализа летных качеств испытываемых аппаратов, но также сократить количество испытательных пусков при полигонной отработке образцов ракетно-космической техники.*

Ключевые слова: *Ракетно-космическая техника, Летно-технические характеристики, Информационно-измерительные системы, Метод наименьших квадратов, Допплеровские системы, Фазовые методы, Матрица ошибок, Обратная матрица, Матрица частных производных, Обработка информации.*

Abstract. *The author develops the theory elements and the methods of measurement data presentation and the definition of the flight parameters of launch and space vehicles. The research subject is the system of trajectory measurements, defining the flight parameters of aircrafts in a non-query mode during the rocket and space machinery units field testing. The parameters of a signal, received from the on-board transmitter, are functionally connected with the object's flight parameters. This connection is expressed as the Doppler frequency shift and used for the measurement of orbits of spacecrafts and other flying objects. Besides, the received signal bears the information about the distance to the object, which can be calculated using the signal lag, proportional to the radio-wave transmission time. The purpose of the study is to define the conditions for the extension of a spacecraft state vector and the distance measurement in a non-query mode. To accomplish this task, the author applies the modernized morphological analysis as a basis for the generation of new ideas, the formation of the system of models and the search for patterns via the systematized generalization of knowledge on different levels, and the system and structural-functional approaches. The author uses the methods of linear algebra, mathematical modeling of stochastic processes and computer methods of measurement data processing. The author solves the practically important problem of increase of flight parameters defining accuracy via the non-query method using additional measurement func-*

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

tions. The analysis shows that the application of the state vector extension theory allows not only increasing the validity of the analysis of flight parameters of the tested aircrafts, but also reducing the number of test launches during the rocket and space units field testing.

Keywords: *Confusion matrix, Phase methods, Doppler systems, least squares method, Information-measuring system, Flight characteristics, Rocket and space machinery, Inverse matrix, Partial derivative matrix, Information processing.*

Введение

Для создания новых перспективных образцов космических аппаратов, разгонных блоков и ракет-носителей необходимо постоянное совершенствование научной испытательной и экспериментальной базы. Неотъемлемой частью испытательных комплексов на протяжении всей истории ракетно-космической техники были различные поколения средств траекторных измерений. Начиная с простейших средств визуального наблюдения, кинотеодолитных комплексов, по мере развития радио, оптоэлектроники и радиолокации они превращались в сложные радиооптические комплексы, объединяющие в своем составе сложнейшую радиолокационную и оптикоэлектронную аппаратуру.

Всесторонняя оценка качества ракетно-космической техники (РКТ), летно-технических характеристик создаваемых ракетно-космических комплексов осуществляется по результатам экспериментальной отработки, заключительным этапом которой является период летных испытаний (ЛИ). В ходе ЛИ подвергается всесторонней проверке работоспособность систем и агрегатов ракетно-космических комплексов, оценивается соответствие проверяемых показателей заданным тактико-техническим требованиям, вырабатывается решение о возможности принятия испытываемых образцов в штатную эксплуатацию. Основу решения этих задач составляет получаемая при испытаниях РКТ измерительная информация.

Для достоверного анализа летных качеств испытываемых аппаратов и соответствия реально получаемых тактико-технических характеристик, испытываемых образцов предъявляемым требованиям необходимо иметь высокоточные траекторные измерения, позволяющие:

- выявлять отклонения реальной траектории от заданной (эталонной);
- оценивать эффективность функционирования испытываемых аппаратов;
- определять причины, вызвавшие несоответствие технических характеристик предъявляемым требованиям.

Интенсивное развитие ракетной и космической техники предъявляет всё более жёсткие требования к точности и оперативности определения параметров движения. Особое внимание при этом уделяется возможности создания лёгкой и малогабаритной бортовой аппаратуры с малым потреблением энергии, высокой надёжностью и простоте эксплуатации наземных станций слежения.

Постановка задачи

Разработка элементов теории и методов представления измерительной информации и определения параметров движения ракет-носителей и космических аппаратов на основе современных математических подходов, в частности, нетрадиционной теории конечных полей, теории случайных процессов и новых информационных технологий, обеспечивающих непосредственное измерение дальности в беззапросных системах.

Требуемая для решения поставленной научной проблемы целевая ориентированность информационно-измерительного обеспечения (ИИО) испытаний РК и штатной эксплуатации (ШЭ) РКТ достигается на основе адаптивного выбора наиболее подходящих методов, методик и алгоритмов, либо их совокупности.

Одним из таких направлений является разработка методов учёта систематических ошибок в измерениях, а также обеспечение возможности измерения дальности в беззапросных системах.

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

Особенности обработки измерительной информации

В реальных условиях, когда измерения сопровождаются ошибками, задача определения параметров движения может быть определена только методами математической статистики.

На практике чаще всего пользуются методом максимизации функции правдоподобия, или его частным случаем – методом наименьших квадратов (МНК).

Если считать, что закон распределения погрешностей измерения нормальный, то функцию правдоподобия случайного вектора Δr можно записать так:

$$L(\Delta r, \Delta q) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \left[\det B_r\right]^{-1} \exp\left[-\frac{1}{2}(\Delta r - A\Delta q)^T B_r^{-1} (\Delta r - A\Delta q)\right] \quad (1)$$

где B_r – корреляционная матрица измеряемых параметров (квадратная матрица N-го порядка).

Максимизация $L(\Delta r, \Delta q)$ эквивалентна минимизации показателя экспоненты, т.е. минимизации функционала [5]:

$$J = (\Delta r - A\Delta q)^T B_r^{-1} (\Delta r - A\Delta q) \quad (2)$$

Решение должно удовлетворять условиям:

$$\frac{\partial J}{\partial q} = 0, \quad \frac{\partial^2 J}{\partial^2 q} < 0$$

Выполняя минимизацию J, получим систему нормальных уравнений:

$$A^T B_r^{-1} (\Delta r - A\Delta q) = 0 \quad (3)$$

Решая эту систему относительно Δq, получим:

$$A^T B_r^{-1}\Delta r - A^T B_r^{-1} A\Delta q = 0$$

$$A^T B_r^{-1}\Delta r = A^T B_r^{-1} A\Delta q$$

$$\Delta^\wedge q = \left(A^T B_r^{-1} A\right)^{-1} A^T B_r^{-1}\Delta r \quad (4)$$

Оценка $\Delta^\wedge q$ является несмещённой оценкой, так как математическое ожидание оценки $\Delta^\wedge q$ равно истинному значению вектора Δq.

$$M\left\{\Delta^\wedge q\right\} = \left(A^T B_r^{-1} A\right)^{-1} A^T B_r^{-1} M\left\{\Delta r\right\}, \quad (5)$$

где $M\left\{\Delta r\right\} = M\left\{A \cdot \Delta q\right\} + M\left\{y\right\} = A \cdot \Delta q,$

а $M\left\{\Delta^\wedge q\right\} = \Delta q.$

Метод максимума правдоподобия обеспечивает минимальную дисперсию определения неизвестных параметров, когда имеются некоррелированные и коррелированные измерения, поскольку при обработке учитываются корреляционные связи.

Если измерения можно считать независимыми и распределёнными по нормальному закону, то в этом случае можно применять метод наименьших квадратов, что значительно упрощает и ускоряет процедуру обработки. Если измерения к тому же неравноточны, то целесообразно применять метод взвешенных наименьших квадратов.

В этом случае вводится диагональная матрица K_r^{-1}

$$K_r^{-1} = \left| \begin{array}{cc|c} \frac{1}{\sigma^2(r_1)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma^2(r_2)} & 0 \\ \hline 0 & 0 & \frac{1}{\sigma^2(r_N)} \end{array} \right| \qquad (6)$$

и минимизируется скалярная функция

$$S = \Delta r^T K_r^{-1} \Delta r \qquad (7)$$

Для приращения определяемых элементов устанавливается следующее матричное соотношение:

$$\Delta q = \left(A^T K_r^{-1} A\right)^{-1} A^T K_r^{-1} \Delta r \qquad (8)$$

Последовательное применение формулы (8) приводит к минимизации функции S, если процесс сходится.

При этом необходимо, чтобы матрица $\left(A^T K_r^{-1} A\right)^{-1}$ была неособенной.

В практике траекторных измерений, использующих беззапросный метод, наибольшее распространение получили допплеровские системы. Параметры принимаемого сигнала от бортового передатчика функционально связаны с параметрами движения объекта. Наиболее просто эта связь проявляется в виде допплеровского смещения частоты, что используется для определения орбит космических аппаратов и других движущихся объектов.

Вместе с тем принятый сигнал несёт информацию о дальности до объекта, поскольку с момента излучения сигнала происходит его запаздывание, пропорционально времени распространения радиоволн. В запросных системах время запаздывания сигнала легко определяют, регистрируя моменты излучения и приема сигнала.

Однако для наземной станции, работающей в беззапросном режиме, момент излучения сигнала неизвестен, т.е. нет начала отсчёта. В этом случае, наиболее удобным способом измерения дальности при непрерывном сигнале является фазовый метод.

Пусть дальность измеряется по разности фаз между принятым сигналом и колебаниями собственного опорного генератора. Колебания наземного и бортового генераторов в месте приёма можно записать в виде [1]:

$$\begin{array}{l} U_H = U_{m1} \cdot \sin\phi_1 = U_{m1} \cdot \sin\left[\omega(t + t_0) + \phi_{0H}\right] \\ U_б = U_{m2} \cdot \sin\phi_2 = U_{m2} \cdot \sin\left[\omega t + \phi_{0б}\right] \end{array},$$

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

где $t_D = \dfrac{D}{c}$.

Интересующая нас разность фаз будет равна:

$$\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2 = \omega \cdot t_D + \phi_{0H} - \phi_{0б}$$

Здесь: $\omega \cdot t_D = \phi_D$ – содержит информацию о дальности до объекта, а величина $\phi_{0H} - \phi_{0б} = \phi_{нф}$ – постоянная ошибка, зависящая от незнания начальной привязки фаз бортового и наземного генераторов.

Следовательно, измеренное значение дальности будет содержать постоянную ошибку, обусловленную отсутствием синхронизации между бортовым и наземным генераторами:

$$D_{изм} = \frac{c}{\omega}\left(\phi_D + \phi_{нф}\right) = D + D_0$$

Эта постоянная ошибка начальной привязки может быть включена в число неизвестных.

При решении большинства задач, связанных с исследованием точности определения траектории активного участка по измерениям наземных станций приходиться иметь дело с матрицей ошибок оцениваемых параметров, которая в случае использования метода наименьших квадратов имеет вид [6]:

$$K_{ош} = \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} \tag{9}$$

где A_n – матрица размерности $n \times m$, составленная из частных производных от n измеряемых функций по m определяемым параметрам траектории движения, а K_n – матрица равномерности $n \times n$ вторых моментов ошибок измерений.

В общем случае расширение вектора оцениваемых параметров приводит к снижению точности их оценок, в том числе параметров движения. Поэтому, для того, чтобы определить, как скажется на ошибках определения параметров движения включение в число неизвестных поправок на D_0, докажем следующую теорему.

Теорема:

Расширение вектора состояния с одновременным включением дополнительных измерительных функций не ухудшает показатели точности определения параметров траектории.

Доказательство:

Найдём те изменения, которые происходят с матрицей ошибок оцениваемых параметров при измерении траектории движения беззапросным методом с включением поправки на D_0 для каждой наземной станции в число определяемых параметров.

Если число независимых определяемых параметров движения равно m, а число наземных станций, участвующих в измерениях – N, то суммарное число определяемых параметров будет равно $m_1 = m + N$.

Обозначим через A_{1n} матрицу частных производных первоначальных измеряемых функций по m определяемым параметрам, а через A_{2n} – аналогичную матрицу для дополнительных измерительных функций, причём последние характеризуются матрицей вторых моментов ошибок измерений $П_N$.

Тогда матрица ошибок в определении ($m+N$) неизвестных в соответствии с выражением (1) будет иметь вид:

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

$$K_{ош_{m+N}} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n} & 0_N \\ A_{2n} & E_N \end{vmatrix}^T \times \begin{vmatrix} K_n & 0_N \\ 0_N & \Pi_N \end{vmatrix}^{-1} \times \begin{vmatrix} A_{1n} & 0_N \\ A_{2n} & E_N \end{vmatrix} \right)^{-1} \tag{10}$$

где 0_N – нулевая матрица размерности $N \times N$,
E_N – единичная матрица размерности $N \times N$.
Произведём необходимые преобразования:

$$K_{ош_{m+N}} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n}^T & A_{2n}^T \\ 0_N & E_N \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} K_n^{-1} & 0_N \\ 0_N & \Pi_N^{-1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A_{1n} & 0_N \\ A_{2n} & E_N \end{vmatrix} \right)^{-1} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} & A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \\ 0 & \Pi_N^{-1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A_{1n} & 0_N \\ A_{2n} & E_N \end{vmatrix} \right)^{-1} =$$
$$= \begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_N^{-1} A_{2n} & A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} R_{m\times m} & F_{m\times N} \\ T_{N\times m} & U_{N\times N} \end{pmatrix}^{-1} \tag{11}$$

В этой формуле:

$$R_{m\times m} = R = A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_N^{-1} A_{2n},$$
$$F_{m\times N} = F = A_{2n}^T \Pi_N^{-1},$$
$$T_{N\times m} = T = \Pi_N^{-1} A_{2n},$$
$$U_{N\times N} = U = \Pi_N^{-1}.$$

Применим к матрице $K_{ош_{m+N}}$ обобщённый алгоритм Гаусса [7]. Из второй блочной строки вычтем первую, предварительно умноженную слева на –FU^{-1}.

Эта операция равносильна умножению матрицы $K_{ош_{m+N}}$ слева на матрицу

$$\begin{pmatrix} E & -A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

Поэтому:

$$\begin{pmatrix} E & -A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \\ 0 & E \end{pmatrix} K_{ош_{m+N}} = \begin{pmatrix} E & -A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \\ 0 & E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_N^{-1} A_{2n} & A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} E(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_N^{-1} A_{2n}) - A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \Pi_N^{-1} A_{2n} & E A_{2n}^T \Pi_N^{-1} - A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \Pi_N^{-1} \\ 0(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_N^{-1} A_{2n}) + E \Pi_N^{-1} A_{2n} & 0 A_{2n}^T \Pi_N^{-1} + E \Pi_N^{-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix}.$$

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

В результате получаем следующее равенство:

$$\begin{pmatrix} E & -A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \\ 0 & E \end{pmatrix} K_{ош_{m+N}} = \begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix} \tag{12}$$

В этом равенстве перейдём к обратным матрицам, воспользовавшись следующим свойством:

$(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ для любых двух обратимых матриц *A* и *B*.

$$K^{-1}_{ош_{m+N}} \begin{pmatrix} E & -A_{2n}^T \Pi_N^{-1} \Pi_N \\ 0 & E \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix}^{-1} \tag{13}$$

Обратную матрицу для $\begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix}$ будем искать в виде:

$$\begin{pmatrix} \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} & 0 \\ S & \Pi_N \end{pmatrix}$$

В этом случае:

$$\begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} & 0 \\ S & \Pi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} + 0S & \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)0 + 0\Pi_N \\ \Pi_N^{-1} A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} + \Pi_N^{-1} S & \Pi_N^{-1} A_{2n} 0 + \Pi_N^{-1} \Pi_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} + \Pi_N^{-1} S & E \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}$$

Отсюда ищем S:

$$\Pi_N^{-1} A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} = -\Pi_N^{-1} S \rightarrow \Pi_N \Pi_N^{-1} A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} = -S$$

$$A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} = -S$$

Таким образом

$$\begin{pmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} & 0 \\ \Pi_N^{-1} A_{2n} & \Pi_N^{-1} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} & 0 \\ -A_{2n}\left(A_n^T K_n^{-1} A_n\right)^{-1} & \Pi_N \end{pmatrix}$$

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

Возвращаясь к выражению (5), получаем:

$$K^{-1}_{ош_{m+N}} \begin{pmatrix} E & -A_{2n}^{T}\Pi_{N}^{-1}\Pi_{N} \\ 0 & E \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & 0 \\ -A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & \Pi_{N} \end{pmatrix}$$

Умножим обе части на $\begin{pmatrix} E & -A_{2n}^{T}\Pi_{N}^{-1}\Pi_{N} \\ 0 & E \end{pmatrix}$

$$K^{-1}_{ош_{m+N}} = \begin{pmatrix} \left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & 0 \\ -A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & \Pi_{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E & -A_{2n}^{T}\Pi_{N}^{-1}\Pi_{N} \\ 0 & E \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}E + 00 & -\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T}\Pi_{N}^{-1}\Pi_{N} + 0E \\ -A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}\mathrm{E} + \Pi_{N}0 & A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T}\Pi_{N}^{-1}\Pi_{N} + \Pi_{N} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & -\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T} \\ -A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T} + \Pi_{N} \end{pmatrix}$$

Окончательно получим:

$$K^{-1}_{ош_{m+N}} = \begin{pmatrix} \left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & -\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T} \\ -A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1} & \Pi_{N} + A_{2n}\left(A_{n}^{T}K_{n}^{-1}A_{n}\right)^{-1}A_{2n}^{T} \end{pmatrix} \qquad (14)$$

Выделяя верхнюю диагональную клетку, которая соответствует ошибкам в определяемых элементах траектории, получаем:

$$K_{ош_{m}} = \left(A_{1n}^{T}K_{n}^{-1}A_{1n}\right)^{-1} \qquad (15)$$

что соответствует матрице ошибок (9) без привлечения дополнительных параметров.

Матрица ошибок в определяемых элементах D_0 равна:

$$K_{ош_{N}} = \Pi_{N} + A_{2n}\left(A_{1n}^{T}K_{n}^{-1}A_{1n}\right)^{-1}A_{2n}^{T} \qquad (16)$$

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

Таким образом, *включение дополнительных измерительных функций позволяет определить поправку D_0 для каждой станции и не ухудшает показатели точности определения параметров траектории.*

Заключение

В общем случае, при проведении траекторных измерений повышение точности определения параметров движения беззапросным методом с привлечением дополнительных измерительных функций можно добиться двумя способами.

Первый способ повышения точности заключается в том, что обработка информации производится в два этапа. На первом этапе в результате решения системы уравнений вида:

$$F_1 = \dot{D}_1 = \frac{(x-x_{01})V_x + (y-y_{01})V_y + (z-z_{01})V_z}{\sqrt{(x-x)^2 + (y-y)^2 + (z-z)^2}}$$

$$F_2 = \dot{D}_2 = \frac{(x-x_{02})V_x + (y-y_{02})V_y + (z-z_{02})V_z}{\sqrt{(x-x_{02})^2 + (y-y_{02})^2 + (z-z_{02})^2}}$$

$$-----------------------$$

$$F_6 = \dot{D}_6 = \frac{(x-x_{06})V_x + (y-y_{06})V_y + (z-z_{06})V_z}{\sqrt{(x-x_{06})^2 + (y-y_{06})^2 + (z-z_{06})^2}}$$

$$F_{6+1} = D_1 = \sqrt{(x-x_{01})^2 + (y-y_{01})^2 + (z-z_{01})^2} + \delta D_{01}$$

$$F_{6+2} = D_2 = \sqrt{(x-x_{02})^2 + (y-y_{02})^2 + (z-z_{02})^2} + \delta D_{02}$$

$$-------------------------$$

$$F_{6+6} = D_6 = \sqrt{(x-x_{06})^2 + (y-y_{06})^2 + (z-z_{06})^2} + \delta D_{06}$$

производится накопление значений D_0 для их последующей статистической обработки. На втором этапе после вычисления усреднённой поправки на расхождение фаз наземных и бортового генераторов производится решение системы уравнений вида:

$$\left.\begin{aligned} \dot{D}_{ij} &= \frac{\sum_{i=1}^{3}\left(q_i - q_{j0}\right)\cdot \dot{q}_i}{D_{ij}} \\ D_{ij}^2 &= \sum_{i=1}^{3}\left(q_i - q_{j0}\right)^2 \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

При этом предполагается, что усреднённая в результате статистической обработки по всему интервалу наблюдения ошибка в определении начальной привязки фазы генераторов существенно меньше ошибок измерений.

Посмотрим, как изменится в этом случае матрица ошибок в определяемых элементах траектории.

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

По аналогии с (2) получаем:

$$K'_{ош_m} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n} \\ A_{2n} \end{vmatrix}^T \times \begin{vmatrix} K_n & 0_N \\ 0_N & \Pi_{N1} \end{vmatrix}^{-1} \times \begin{vmatrix} A_{1n} \\ A_{2n} \end{vmatrix} \right)^{-1} \tag{18}$$

Преобразуем это выражение:

$$K'_{ош_m} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n}^T & A_{2n}^T \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} K_n^{-1} & 0_N \\ 0_N & \Pi_{N1}^{-1} \end{vmatrix}^{-1} \times \begin{vmatrix} A_{1n} \\ A_{2n} \end{vmatrix} \right)^{-1} = \left(\begin{vmatrix} A_{1n}^T K_n^{-1} & A_{2n}^T \Pi_{N1}^{-1} \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} A_{1n} \\ A_{2n} \end{vmatrix} \right)^{-1} = \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_{N1}^{-1} A_{2n} \right)^{-1} \tag{19}$$

Для упрощения вычислений используем лемму об обращении суммы матриц

$$K'_{ош_m} = \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} + A_{2n}^T \Pi_{N1}^{-1} A_{2n} \right)^{-1} = \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} - \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} A_{2n}^T S^{-1} A_{2n} \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} \tag{20}$$

где $S = \Pi_{N1} + A_{2n} \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} A_{2n}^T$

Если при этом предположить, что матрица $\Pi_{N1} \approx \Pi_N$, то в результате можем записать:

$$K'_{ош_m} = K_{ош_m} - \Delta K \tag{21}$$

Это означает, что матрица ошибок определения элементов траектории уменьшилась на величину

$$\Delta K = \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} A_{2n}^T S^{-1} A_{2n} \left(A_{1n}^T K_n^{-1} A_{1n} \right)^{-1} \tag{22}$$

Матрица (22) представляет собой положительно определённую квадратичную форму.

Второй способ повышения точности измерений заключается в том, что одновременно в обработку принимается как можно большее количество точек траектории. Он менее удобен с вычислительной точки зрения, так как при этом приходится иметь дело с обращением матриц большой размерности. Однако этот недостаток в значительной мере может быть устранен при использовании замещающих математических конструкций, при которых элементы матриц представляют собой образы-остатки, а вычисления проводятся параллельно [1].

Таким образом, использование теоремы о расширении вектора состояния даёт возможность не только повысить достоверность анализа летных качеств испытываемых аппаратов и соответствия предъявляемым требованиям реально получаемых тактико-технических характеристик испытываемых образцов, но также сократить количество испытательных пусков при полигонной отработке образцов ракетно-космической техники.

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576

При цитировании этой статьи ссылка на doi обязательна

Библиография

1. Гладков И.А., Кукушкин С.С., Чаплинский В.С. Методы и информационные технологии контроля состояния динамических систем. М.: МО РФ, 2008. 326 с.
2. Гладков И.А. Принципы измерения дальности в беззапросном режиме // Двойные технологии. 2008. №3. С. 46-49.
3. Патент 2469349 C1 Российская Федерация, МПК G01S 13/84. Способ определения дальности до объекта с источником излучения сигналов с разными частотами / Шемигон Н.Н., Кукушкин С.С., Гладков И.А.; патентообладатель Федеральное государственное унитарное предприятие «Специальное научно-производственное объединение "Элерон"» (ФГУП "СНПО «Элерон»). №2011122988/07, заявл. 08.06.2011; опуб. 10.12.2012, Бюл. №34. – 10 с.
4. Основы радионавигационных измерений / В.А. Губин, Н.Ф. Клюев, А.А. Костылев и др.; Под ред. Н.Ф. Клюева. М.: МО СССР, 1987. 429 с.
5. Космические траекторные измерения. Радиотехнические методы измерений и математическая обработка / Под ред. П.А. Агаджанова, В.Г. Дулевича, А.А. Коростелева. М.: Сов. Радио, 1969. 504 с.
6. Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории обработки наблюдений. М.: Физматлит, 1958. 336 с.
7. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 5-е изд. М.: Физматлит, 2010. 560 с.

References (transliterated)

1. Gladkov I.A., Kukushkin S.S., Chaplinskii V.S. Metody i informatsionnye tekhnologii kontrolya sostoyaniya dinamicheskikh sistem. M.: MO RF, 2008. 326 s.
2. Gladkov I.A. Printsipy izmereniya dal'nosti v bezzaprosnom rezhime // Dvoinye tekhnologii. 2008. №3. S. 46-49.
3. Patent 2469349 S1 Rossiiskaya Federatsiya, MPK G01S 13/84. Sposob opredeleniya dal'nosti do ob''ekta s istochnikom izlucheniya signalov s raznymi chastotami / Shemigon N.N., Kukushkin S.S., Gladkov I.A.; patentoobladatel' Federal'noe gosudarstvennoe unitarnoe predpriyatie «Spetsial'noe nauchno-proizvodstvennoe ob''edinenie "Eleron"» (FGUP "SNPO «Eleron»). №2011122988/07, zayavl. 08.06.2011; opub. 10.12.2012, Byul. №34. – 10 s.
4. Osnovy radionavigatsionnykh izmerenii / V.A. Gubin, N.F. Klyuev, A.A. Kostylev i dr.; Pod red. N.F. Klyueva. M.: MO SSSR, 1987. 429 s.
5. Kosmicheskie traektornye izmereniya. Radiotekhnicheskie metody izmerenii i matematicheskaya obrabotka / Pod red. P.A. Agadzhanova, V.G. Dulevicha, A.A. Korosteleva. M.: Sov. Radio, 1969. 504 s.
6. Linnik Yu.V. Metod naimen'shikh kvadratov i osnovy matematiko-statisticheskoi teorii obrabotki nablyudenii. M.: Fizmatlit, 1958. 336 s.
7. Gantmakher F.R. Teoriya matrits. 5-e izd. M.: Fizmatlit, 2010. 560 s.

DOI: 10.7256/2453-8817.2017.1.21576